文章编号:1000-4939(2023)03-0690-12

水平井钻柱横向振动分析

毛良杰1,马茂原1,王元2,李隽3

(1. 西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室,610500 成都;2. 中国石油集团过程技术研究院 有限公司,102206 北京;3. 中国石油勘探开发研究院,100083 北京)

要:随着油气资源需求不断增加,水平井应用越来越广泛,水平井钻柱的横向振动将直接影响 钻井效率和钻柱安全。与直井不同,水平井存在造斜段和水平段,钻柱的初始变形和受力条件更加 复杂。为了准确分析水平井钻柱的横向振动,文章综合考虑三维井眼轨迹、钻井参数和钻柱与井壁 →接触等参数,基于 Lagrange 方程建立了水平井钻柱非线性动力学特性数学模型,采用有限单元法对 模型离散并求解,并选取四川某水平井实际参数进行验证,最后讨论了钻压、转速和扶正器对水平 |井钻柱横向振动的影响。研究结果表明:在钻进过程中,直井段钻柱横向振动较小,造斜段和水平 段钻柱横向振动较大,越靠近钻头处,横向振动越大;钻压对水平段和造斜段钻柱横向振动有较大 ♥影响,钻压越大,该段钻柱横向振动越大,而直井段钻柱受钻压影响很小;在文章分析条件下(转速 为 30~120 r/min),全井段钻柱横向振动无明显变化;扶正器可以限制水平段钻柱的横向位移,且 杖正器安装位置对其有很大影响。文章所提出的模型也适用于复杂结构井钻柱动力学特性研究, 研究成果为水平井钻井提效和钻柱安全提供理论. 关键词:钻柱动力学;横向振动;水平井;井眼轨迹中图分类号:TE24 文献标志码:A

Analysis on the lateral vibration

MAO Liangjie¹, MA Maoyua 研究成果为水平井钻井提效和钻柱安全提供理论指导。

DOI: 10. 11776/j. issn. 1000-4939. 2023. 03. 022

Analysis on the lateral vibration of drillstring in horizontal wells

MAO Liangjie¹, MA Maoyuan¹, WANG Yuan², LI Juan³

(1. State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, 610500 Chengdu, China; 2. CNPC Engineering Technology R&D Company Limited, 102206 Beijing, China;

3. Research Institute of Petroleum Exploration & Development, 100083 Beijing, China)

Abstract: With the increasing demand for oil and gas, horizontal wells are used more and more frequently. The lateral vibration of the drillstring in horizontal wells will directly affect drilling efficiency and safety. Different from vertical wells, horizontal wells have buildup and horizontal sections besides vertical section; thus the initial deformation and stress conditions of the drillstring are more complicated. In order to accurately predict the lateral vibration of the drillstring in horizontal wells, based on the lagrange equation, a finite element model of drillstring system is established with consideration of the 3D borehole trajectory,

收稿日期:2021-09-19 修回日期:2022-10-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 52174006);国家重点研发计划资助项目(No. 2019YFC0312303);中国石油科技创新基金资助项目 (No. 2020D-5007-0210);四川省重点研发资助项目(No. 21ZDYF3109);四川省重点研发资助项目(No. 21SYSX0054)

通信作者:毛良杰,教授。E-mail:maoliangjie@qq.com

引用格式:毛良杰,马茂原,王元,等. 水平井钻柱横向振动分析[J]. 应用力学学报,2023,40(3):690-701.

MAO Liangjie, MA Maoyuan, WANG Yuan, et al. Analysis on the lateral vibration of drillstring in horizontal wells [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(3):690-701.

drilling parameters and contact between the borehole and drillstring. The model is discretized and solved by the finite element method. Then, the lateral vibration characteristics of the drillstring are verified by the field data of a horizontal well in Sichuan. Finally, the influence of the weight on bit, rotation speed and stabilizer is analyzed. The results show that in the drilling process, the lateral vibration of the drillstring in the vertical section is slight; the drillstring lateral vibration in the buildup and the horizontal sections is violent, and the closer to the bit is, the more violent the lateral vibration is; the weight on the bit has small effect on the lateral vibration in the vertical section, but it has significant effect in the buildup and horizontal sections, the larger the weight on bit, the more violent the lateral vibration of the drillstring. Under the actual drilling conditions (the rotation speed is 30 - 120 r/min), the change of the lateral vibration of all drillstring sections are not obvious. The stabilizer can limit the lateral displacement of the drillstring in the horizontal section, and its location can greatly affect the stabilizer effect. The model can also be used to study the dynamic characteristics of drillstring in cured wells, and the results can provide theoretical guidance for improving drilling efficiency and ensuring drillstring safety.

Key words: drill string dynamics; lateral vibration; horizontal well; 3D borehole trajectory

─目前,为了开发页岩气藏等特殊油气藏和提高 油井单井产量,水平井应用越来越广泛[1-2]。水平井 钻进时,钻柱在窄、长井眼内受到轴向力、横向力和 摩擦力等载荷联合作用,会产生轴向振动、横向振动 和扭转振动等振动形式[3-4]。其中,横向振动被认为 是危害最大的振动类型[5]:①钻柱对井壁的高频冲 击非常严重,井壁失稳、掉块卡钻和落石垮塌等井下 复杂事故频发[6];②易造成钻柱磨损、裂纹、刺漏、变 形等,使得钻柱失效[6];③钻头侧向力和钻头转角在 钻柱与井壁碰撞时会发生较大变化,导致实际井眼 轨迹发生偏移[7]。这些危害在水平井钻井中尤为突 出,但是,在水平井钻进时,底部钻柱向井口传递时 横向振动有很大减弱,即使井底钻柱横向振动剧烈, 也先法在地面上显示出来[8]。因此,水平井钻柱的 横向振动研究,对防止钻柱失效、提升钻井效率和控 制井眼轨迹有重大意义。

针对钻柱动力学行为,国内外众多机构和学者 已经开展了大量分析。其中,高德利等[9-11]通过构 建三维非线性动态控制方程来分析钻头处的钻具组 合动力学行为,并研究了压扭作用下该处钻柱的屈 曲特性。刘清友等[12-14]基于弹性杆理论建立的钻柱 动力学模型,包括了岩石和牙轮钻头之间的作用。 李子丰等[15-17] 系统研究了钻柱的稳定性问题,包括 斜直井中钻柱的几何线性、非线性螺旋屈曲和稳定 性判别。管志川等[18-19]为了分析底部钻具的动力学 特性,制作了BHA模拟装置,并对钻柱井底的运动 情况和振动波传播进行了分析。闫铁等[20-21]选择斜 直井眼整体钻柱为对象,分析了钻柱的轴向振动,并

计算其固有频率。况雨春等[22]利用 ANSYS 软件, 针对不同底部钻具建立了特征值屈曲分析方法,得 到其临界失稳载荷,为防斜打快提供理论基础。祝 效华等[23]构建的直井钻柱静力学模型和其耦合振 动模型,用于分析钻井液钻井和空气钻井时钻柱振 动和受力。狄勤丰等[24]基于转子运动与受力关系 来研究下部钻具组合的动力学行为,通过数值仿真 研究其涡动特性。付建红等[25]为了解决钻进过程 中井径扩大的问题,基于弹性力学原理建立了侧钻 井钻柱动力学模型。练章华等[26]根据气井水平井 钻柱的实际结构和相似原理,研制相关实验装置,通 过直梁有限元模型分析了 200 m 水平井底部钻具的 屈曲行为和接触作用。刘强等[27]利用动力学软件 Adams 对螺杆钻具的钻柱动力学特性进行了研究。 邓继华等[28]在 ANSYS 软件中,开发了一种几何非 线性平面梁单元,有效缩短了计算时间。张毅成 等[29]利用连续体振动理论,开发了多维激励下的梁 结构响应求解方法。杨超等[30]通过算例,对比分析 了5种积分算法对非线性振动系统的响应情况。杜 文静等[31] 通过 r-级多步块方法对 Hamilton 系统进 行了求解。另外,国外学者也对此开展了大量研究。 HANSON 等[32]考虑钻头与井底的相互作用以及钻 头能量损失等,建立了井底钻柱的动力学模型,来研 究 PDC 钻头的性能。KHULIEF 等[33] 基于 Lagrange 方程建立了钻柱的动态方程组,通过变换得到其降 阶模型,并应用该模型计算了1200 m 垂直钻柱的模 型特征。GULYAYEY等[34]考虑流体阻力、扭矩、轴 向力等对钻杆动态特性的影响,研究了钻柱的固有

频率和振型。ZARE等^[35]借助对钻柱的非线性静力学研究,确定其有限振动长度。BESSELINK等^[36]为了探索导致黏滑振动的机理,对此建立了钻柱轴向扭转振动的动力学模型。STROUD等^[37]开发了一个具有2个自由度的解析模型,用于预测直井钻具组合的动态特性。VLAJIC等^[38]等构建了一个4自由度的降阶方程,来获得垂直钻柱在旋转运动期间的扭转振动特征。NGUYEN等^[39]使用梁有限单元法对钻柱动力学进行了时域建模和验证,该模型可以考虑3000m钻具组合的真实几何形状。SARK-ER等^[40]考虑钻柱与井壁接触时的黏滑和旋转作用,建立了非线性三维多轴模型,用于预测水平井底部钻具的振动情况。TRAN等^[41]考虑了钻柱与泥浆的相互作用和钻柱与井壁的接触作用,采用Timoshenko梁单元法建模,分析了钻井液的影响。

综上所述,目前国内外针对直井、水平井和定向 井钻柱的动力学行为进行了大量研究,本研究在此 基础上主要分析了钻井参数对水平井钻柱横向振动 的影响。本研究综合考虑三维井眼轨迹、钻具组合、 钻井液性能等参数,基于 Lagrange 方程建立了水平 井钻柱系统非线性动力学特性数学模型,通过有限 单元法离散并求解,最后选取四川某水平井实际井 深数据与钻井数据,对其非线性横向振动动力学行 为进行了研究。

10水平井钻柱系统动力学模型的建立

水平井由3部分组成,包括直井段,造斜段和水平段(图1)。直井段钻柱上部主要受转盘扭矩和大钩载荷,造斜段和水平段钻柱由于重力影响,频繁与井眼下端接触,钻进时除了受井壁间摩擦力影响,还会受到泥浆阻尼的作用。

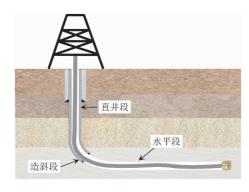


图1 水平井

Fig. 1 Horizontal well

因此,本研究在分析钻柱动力学行为时,做出以下假设:①视井筒为等截面圆,井眼轨迹连续光滑;②将钻柱视为具有均匀材料和几何特性的三维弹性梁,其变形在弹性范围内;③忽略钻柱之间的连接螺纹和接头;④将扶正器视为大尺寸钻柱。

采用双节点梁单元对水平井眼连续钻柱进行离散(图2)。每个单元有6个自由度,x、y、z 表示平移量, θ_y 、 θ_z 表示横向旋转角, θ_x 表示扭转角。钻柱运动可表示为

$$U_{i} = \left[x_{i}, y_{i}, z_{i}, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}, x_{j}, y_{j}, z_{j}, \theta_{xj}, \theta_{yj}, \theta_{zj}\right]$$
(1)

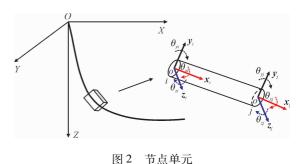


Fig. 2 Element node

控制钻柱运动的 Lagrange 方程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left[\frac{\partial (T - V)}{\partial \dot{\boldsymbol{U}}_i} \right] - \frac{\partial (T - V)}{\partial \boldsymbol{U}_i} = \boldsymbol{F}_i \tag{2}$$

式中:T表示动能;V表示势能;上面的点表示变量 U_i 对时间的导数; F_i 表示施加在节点上的外力。

梁单元的总动能表达式为

$$T = \frac{1}{2} \int_{0}^{l_{e}} \rho A [(\dot{u}_{xo})^{2} + (\dot{u}_{yo})^{2} + (\dot{u}_{zo})^{2}] dx +$$

$$\int_{0}^{l_{e}} \rho A e \Omega (\dot{u}_{zo} \cos \Omega t - \dot{u}_{yo} \sin \Omega t) dx + \frac{1}{2} \rho A l_{e} e^{2} \Omega^{2} +$$

$$\frac{1}{2} \int_{0}^{l_{e}} \rho [I_{x} (\dot{\theta}_{x}^{2} + 2\Omega_{0} \dot{\theta}_{y} \theta_{z}) + I_{yz} (\dot{\theta}_{y}^{2} + \dot{\theta}_{z}^{2})] dx \quad (3)$$

式中: \dot{u}_{xo} 、 \dot{u}_{yo} 、 \dot{u}_{zo} 分别为 X、Y、Z 轴上的平移速度,m/s; θ_x 、 θ_y 、 θ_z 分别表示梁单元截面绕 x 轴、y 轴和 z 轴的转角,rad; $\dot{\theta}_x$ 、 $\dot{\theta}_y$ 、 $\dot{\theta}_z$ 分别表示梁单元截面绕 x 轴、y 轴、z 轴的角速度,rad/s; e 表示截面偏心距,m; Ω 是指井下钻柱的实际转速,rad/s; ρ 是钻柱的密度,rad/s; rad/s; rad/s 是铅柱的密度,rad/s; rad/s; rad/s 是铅柱的密度,rad/s; rad/s; rad/s; rad/s 是铅柱的密度,rad/s; rad/s; r

梁单元的总势能表达式为

$$V = \frac{EA}{2} \int_{0}^{l_{e}} \left(\frac{\partial u_{xo}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{GI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{yz}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \left(\frac{\partial \theta_{y}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{yz}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \left(\frac{\partial \theta_{y}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EA}{2} \int_{0}^{l_{e}} \left(\frac{\partial u_{xo}}{\partial x}\right)^{3} dx + \frac{EA}{2} \int_{0}^{l} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left[\left(\theta_{y}\right)^{2} + \left(\theta_{z}\right)^{2}\right] dx + \frac{3EI_{yz}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial \theta_{y}}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial \theta_{z}}{\partial x}\right)^{2}\right] dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial u_{xo}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial u_{xo}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial u_{xo}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac{\partial u_{xo}}{\partial x}\right)^{2} dx + \frac{EI_{x}}{2} \int_{0}^{l_{e}} \frac{\partial u_{xo}}{\partial x} \left(\frac$$

式中:E 是钻柱的弹性模量,Pa;G 是钻柱的剪切模 量,Pa。在式(4)中,线性刚度矩阵可以从前4项推 导出,与钻柱弯曲形变和轴向形变相对应的非线性 刚度矩阵可由第5~9项推导出,至于钻柱扭转变形 和弯曲变形对应的非线性刚度矩阵可由最后 3 项推 导出来。

─梁单元节点会受到2种外力,分别为离心力和 重力。其中梁单元在 x 、y 、z 上的重力分量可表示为

$$\begin{cases} q_x = q\cos\alpha \\ q_y = q\sin\alpha \\ q_z = 0 \end{cases}$$
 (5)

式 $\psi:q$ 表示 1 m 钻柱的等效重力, N/m; α 是梁单元 轴线和垂直方向的夹角。因此,重力矢量的等效节 点力为

$$\mathbf{F}_{\text{grav}} = \left[\frac{-q_x L}{2} \frac{-q_y L}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{-q_y L^2}{12} \right]$$

$$\frac{-q_x L}{2} \frac{-q_y L}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{q_x L^2}{12}$$
(6)

在钻柱横截面上,重心和形心并不完全相同,离 心力在钻柱旋转时存在。梁单元在x,y,z上的自转 产生的离心力可表示为

$$\begin{cases} f_{y} = qe\Omega^{2}\cos\beta \\ f_{z} = qe\Omega^{2}\sin\beta \\ f_{x} = 0 \end{cases}$$
 (7)

式中 β 是重心的相位角,rad。同理,对于节点的离 心力矢量,其等效力可表示为

$$\mathbf{F}_{\text{grav}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-f_{y}L}{2} & \frac{-f_{z}L}{2} & 0 & \frac{-f_{z}L^{2}}{2} & \frac{f_{y}L^{2}}{12} \\ 0 & \frac{-f_{y}L}{2} & \frac{-f_{z}L}{2} & 0 & \frac{f_{z}L^{2}}{2} & \frac{-f_{y}L^{2}}{12} \end{bmatrix}$$

将式(3)、(4)、(6)、(8)代人式(2),得到
$$M_e \ddot{U}_e + C_e \dot{U}_e + K_e U_e = F_e \qquad (9)$$

式中: \ddot{U}_e 、 \dot{U}_e 、 U_e 、 F_e 表示随体坐标系下的广义加 速度、速度、位移和外力矢量; M_e 、 C_e 、 K_e 分别表示 随体坐标系下的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

式(9)为各单元随体坐标系下的运动方程,但 在水平井实际钻进过程中,井眼轨迹是一条弯曲的 空间曲线。因此,在钻柱动力学模型求解前,需要对 真实井眼轨迹和钻柱初始构形进行准确描述。然后 建立一个大地坐标系,通过坐标转化得到各单元节 点大地坐标系下的运动方程。最后叠加各梁单元大 地坐标系下的运动方程,即为整个钻柱的运动方程。

井眼轨迹与水平井钻柱的初始构形

水平井井眼轨迹的基本数据可以实际测量,利 用随钻测量工具(MWD)得到。井眼轨迹坐标可以 根据方位角和井斜角经曲率半径法计算得到[42],最 后采用插值法建立真实井眼轨迹。

$$\begin{cases}
\Delta X = R_S(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) \\
\Delta Y = R_S(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2) \\
\Delta Z = R_H(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) \\
\Delta S = R_H(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)
\end{cases}$$
(10)

$$R_{H} = \frac{\Delta s}{\Delta \alpha}$$

$$R_{S} = \frac{R_{H}(\cos \alpha_{1} - \cos \alpha_{2})}{\Delta \varphi}$$

$$\Delta \alpha = \alpha_{2} - \alpha_{1}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_{2} - \varphi_{1}$$

$$\Delta \Delta s = s_{2} - s_{1}$$
(11)

式中: $\alpha \setminus \varphi$ 分别是井斜角和方位角, rad; s 是水平投 影长度,m; R_H 为井眼轨迹垂直投影的曲率半径,m; R_s 为井眼轨迹水平投影的曲率半径, m; 下标"1"、 "2"为相邻2个测点。

当 $\Delta \alpha$ 和 $\Delta \varphi$ 存在零时,则无法计算曲率半径 R_H 和 R_s ,可通过以下 4 种方法处理。

a) 当
$$\Delta \alpha = 0$$
 , $\Delta \varphi \neq 0$ 时,有
$$\begin{cases} \Delta X = R_S(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \\ \Delta Y = R_S(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2) \\ \Delta Z = \Delta s \cos \alpha_1 \\ \Delta S = \Delta s \sin \alpha_1 \end{cases}$$
(12)

其中
$$R_s = \frac{\Delta s \sin \alpha_1}{\Delta \varphi} = \frac{\Delta s \sin \alpha_2}{\Delta \varphi}$$
。

b) 当
$$\Delta \alpha \neq 0$$
 , $\Delta \varphi = 0$ 时,有

$$\begin{cases} \Delta X = R_H(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\cos\varphi_1 \\ = R_H(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\cos\varphi_2 \\ \Delta Y = R_H(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)\sin\varphi_1 \\ = R_H(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)\sin\varphi_2 \\ \Delta Z = R_H(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) \\ \Delta S = R_H(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \end{cases}$$
(13)

其中
$$R_H = \frac{\Delta s}{\Delta \alpha}$$
。

c) 当 $\Delta \alpha = 0$, $\Delta \varphi = 0$ 时 , 井眼轨迹为直线 , 有

$$\begin{cases} \Delta X = \Delta s \sin \alpha_1 \cos \varphi_1 \\ \Delta Y = \Delta s \cos \alpha_1 \sin \varphi_1 \\ \Delta Z = \Delta s \cos \alpha_1 \\ \Delta S = \Delta s \sin \alpha_1 \end{cases}$$
(14)

 (\mathbf{d}) 当 $\Delta \alpha \neq 0$,但 $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 0$ 时,与 b)中情况相似,按照相应方法处理即可。

得到测点间的坐标变化量后,通过坐标参数计算,就能够求得每个测点的实际坐标,即

$$\begin{cases} X_{2} = X_{1} + \Delta X \\ Y_{2} = Y_{1} + \Delta Y \\ Z_{2} = Z_{1} + \Delta Z \\ S_{3} = S_{1} + \Delta S \end{cases}$$
(15)

1. 🛂 坐标变换

坐标系转换关系如下。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{Z'} & \cos \gamma_{X} \sin \gamma_{Z'} & \sin \gamma_{X} \sin \gamma_{Z'} \\ -\sin \gamma_{Z'} & \cos \gamma_{X} \cos \gamma_{Z'} & \sin \gamma_{X} \cos \gamma_{Z'} \\ 0 & -\sin \gamma_{X} & \cos \gamma_{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$
(16)

式中, γ_X 和 γ_Z 分别表示绕 X 和 Z 轴旋转的角度, rad。设 T 为转换矩阵,即

$$T = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{Z'} & \cos \gamma_{X} \sin \gamma_{Z'} & \sin \gamma_{X} \sin \gamma_{Z'} \\ -\sin \gamma_{Z'} & \cos \gamma_{X} \cos \gamma_{Z'} & \sin \gamma_{X} \cos \gamma_{Z'} \\ 0 & -\sin \gamma_{X} & \cos \gamma_{X} \end{bmatrix} (17)$$

根据该矩阵,就能得到各单元在大地坐标系的运动方程,最后通过叠加得到整个钻柱的运动方

程,即

$$M' \ddot{U}' + C' \dot{U}' + K'U' = F'$$
 (18)

式中: \dot{U}' 、 \dot{U}' 、 \dot{U}' 、 \dot{V}' 、 \dot{V}' 、 \dot{V}' 、 \dot{V}' 分别表示全井钻柱上各节点的广义加速度矩阵、速度矩阵、位移矩阵和外力矩阵; M'、C'、K'则分别表示全井钻柱的总质量矩阵、总阻尼矩阵和总刚度矩阵。

1.3 边界条件

1.3.1 井壁约束

在实际钻井过程中,钻柱运动受到转盘的约束, 其上端铰接在井眼中心,承受扭矩和拉力。而钻头 钻柱承受岩石反扭矩和激振力,并且其横向位移受 到约束。此外,钻柱和井壁间隙较小,钻柱径向位移 会受约束。图 3 为钻柱和井眼的接触关系。钻柱与 井眼发生碰撞时,将受到正向力、切向上的摩擦力和 额外的摩擦扭矩。

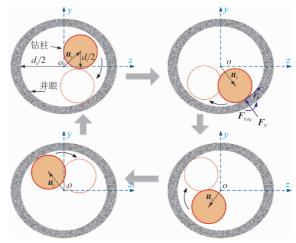


图 3 钻柱与井眼接触关系

Fig. 3 Contact between drillstring and borehole 当井筒的弹性形变恢复时,钻柱会反弹回来,而节点又恢复自由。正向力 F_N 可以表示为

$$F_N = \begin{cases} -\left[u_r - (d_o - d_i)/2\right] k_h - v_r \left(\frac{-\ln(-v_2/v_1)}{\pi}\right), \\ u_r > (d_o - d_i)/2 \\ 0, 0 \le u_r \le (d_o - d_i)/2 \end{cases}$$

 $(u_o \quad u_i)/2 \tag{19}$

式中: d_o 是井筒直径,m; d_i 是钻柱直径,m; v_r 是钻柱的径向速度,m/s; u_r 是钻柱的径向位移,m; k_h 是井筒的刚度,N/m; v_1 和 v_2 分别表示节点碰撞前后的速度,m/s。

切向摩擦力 F_t 和摩擦扭矩 T_t 可以表示为

$$F_f = \mu(v_s) F_N$$
, $T_f = \frac{d_o}{2} \mu(v_s) F_N$ (20)

式中, $\mu(v_s)$ 是钻柱与井眼接触时的摩擦系数,可以 通过静态-动力学指数衰减模型计算得到,即

$$\mu(v_s) = \mu_k + (\mu_s - \mu_k) e^{-d_e \cdot v_s}$$
 (21)

式中: u_k 和 u_s 分别为动摩擦系数和静摩擦系数; d_e 表 示衰减系数;v.表示滑移率。

1.3.2 钻头与地层相互作用模型

由于钻头与井底岩石碰撞和其自身特性,钻压 F_{wob} 随着时间 t 的变化通常被表示为

$$F_{\text{wob}}(t) = W_0 + W_f \sin(\omega_f t)$$
 (22)

式中: W_0 表示钻井过程中施加的钻压值,N; W_t 为动 态钻压值,N; ω_{ℓ} 为钻压波动系数,该值同钻头类型 和钻柱转速有关,即

$$\omega_f = n_b \Omega \tag{23}$$

式中: n_b 为钻头系数,对于 PDC 钻头 $n_b = 1$,对于牙 轮钻头 $n_b = 3$; Ω 为钻柱转速。

 $_{\odot}$ 钻头所受摩擦扭矩 T_{bit} 表示为

$$T_{\text{bit}}(t) = \frac{1}{3} D_{\text{bit}} \mu (W_0 + W_f \sin(\omega_f t))$$
 (24)

式中: D_{hit} 为钻头直径, m; μ 为地层摩擦系数。

| 模型求解

从上述条件可以看出,钻柱动力学模型分析较 为复杂,本研究通过 Newmark-β法,考虑碰撞和摩擦 对模型求解,主要流程如图4所示。

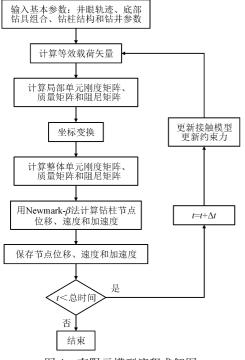


图 4 有限元模型流程求解图

Fig. 4 Flowchart of finite element model solution

钻柱横向振动动力学分析 3

本研究选取了四川某水平井 A1 井进行钻柱动 力学行为研究,表1给出了该井主要计算参数。

A1 井基本参数 表 1

Tab. 1 Basic parameters of well A1

基本计算参数	数值	基本计算参数	数值
井眼长度/m	4 200	最大倾斜角/(°)	86.2
钻井液密度/(kg·m ⁻³)	1 200	钻压/kN	40
转速/(r·min ⁻¹)	60	钻头直径/mm	165
钻铤外径/mm	121	钻铤内径/mm	57
钻铤长度/m	9	钻铤密度/(kg·m ⁻³)	7 853
加重钻杆外径/mm	101	加重钻杆内径/mm	65
加重钻杆长度/m	307	钻杆外径/mm	101
钻杆内径/mm	82	钻杆长度/m	3 384
钻杆密度/(kg·m ⁻³)	8 676	扶正器外径/mm	162.5
扶正器长度/m	2		

该井在钻柱动力学模拟中,钻柱单元长度为 3 m,模拟总时间为5 s,时间步长为0.001 s,钻柱转动 5圈。图5为该水平井井身结构图和钻柱横向加速度 图。钻柱实际横向加速度可以通过在随钻测量仪上 使用一种有线钻杆技术(距钻头36 m)测量得到。

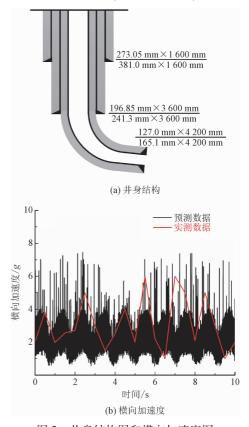
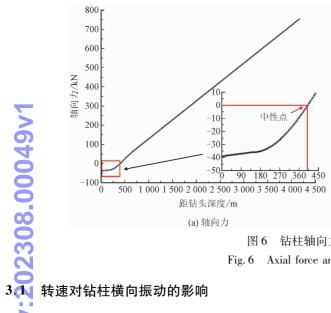


图 5 井身结构图和横向加速度图

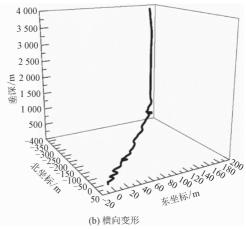
Fig. 5 Wellbore configuration and lateral acceleration

从图 5(b)中可以看出,该动力学模型计算出的 钻柱横向加速度与实测数据处于同一个量级,曲线 基本吻合,因此该模型适用于水平井中钻柱横向振 动特性预测。

图 6 是 A1 井钻柱轴向力和横向变形图。从图 6(a)可见,该井中性点位置大约位于距钻头 400 m 处。直井段钻柱轴向力与深度呈线性关系,而造斜 段和水平段钻柱轴向力的变化趋势随井深增加逐渐 变缓。钻头处所受轴向压力与钻压一致,且离钻头



越近,钻柱所受压力越大。在图 6(b) 中可以看出, 钻柱在直井段横向变形很小,在造斜段与直井段交 界处,钻柱受井壁约束,在该位置发生较大变形。造 斜段和水平段钻柱距钻头越近,轴向压力越大,钻柱 变形越大。由于直井段(井深2700 m以上)钻柱受 拉,稳定性大大提高,其横向变形只有 0.1 mm。因 此,本研究主要研究造斜段和水平段(井深 2 700 m 以下)钻柱的动力学特性,并分析了不同钻井参数下 的水平井钻柱非线性横向振动行为。

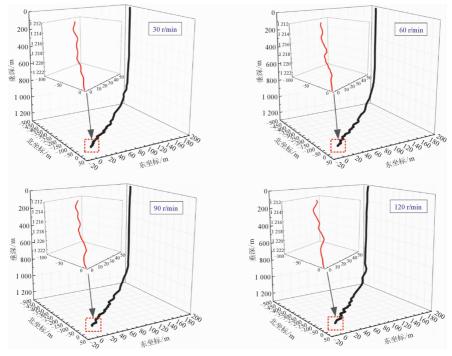


钻柱轴向力和横向变形图 图 6

Fig. 6 Axial force and lateral deformation

图7是不同转速下钻柱横向变形图。如图所

示,不同转速下钻柱横向变形的形态相近,这说明近 钻头处钻柱横向振动受转速的影响较小。

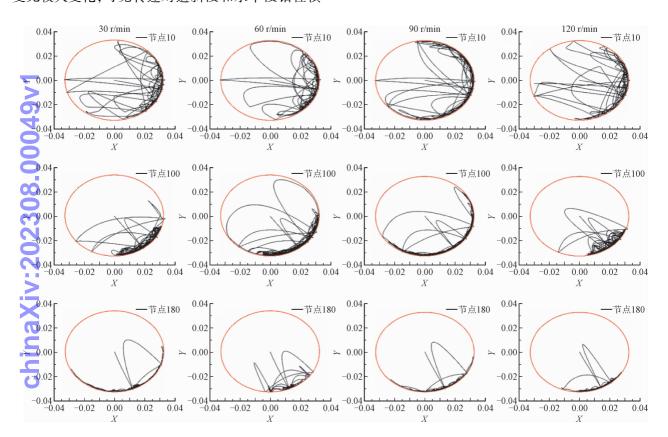


不同转速下钻柱横向变形图

Lateral deformation of the drillstring under different rotation speeds

投稿网站:http://cjam. xjtu. edu. cn 微信公众号:应用力学学报

图 8 为不同转谏下钻柱节点运动状态。水平段 钻柱受重力和摩擦力的影响,在井眼右下角呈现出 圆弧摆动的运动轨迹。由于近钻头处钻柱受到钻头 的影响,其运动轨迹更靠近井眼中心,所以距离钻头 越近,节点运动轨迹逐渐呈现出对称的趋势。同一 转速下,由于近钻头处横向振动更大,水平段钻柱 (节点10,距钻头30 m)的运动状态相较于造斜段 (节点 100 和 180, 距钻头 300 m 和 480 m) 更加复 杂。但是对于同一节点,其运动轨迹随着转速的改 变无较大变化,可见转速对造斜段和水平段钻柱横 向振动的影响很小。已有研究[43]指出,在无弯曲的 纯直井段中,离心力随着转速的增加而逐渐增大,从 而增大了接触频率、切向摩擦力和正向力,最终造成 钻柱横向振动加大。然而,由于钻柱偏心距小 (2 mm), 离心力远小于接触力, 且阻尼力也随着转 速的增加而增大。所以,在水平井钻进时,转速对钻 柱横向振动的影响较小。所以,在本研究钻具组合 下,当转速为30~120 r/min 时,改变转速对水平井 钻柱横向振动的影响较小。



不同转速下钻柱节点的运动状态

The motion state of the drillstring nodes under different rotation speeds

3.2 钻压对钻柱横向振动的影响

图 9 为不同钻压下钻柱横向变形图。如图所 示,在本研究钻具组合下,钻压为5~60 kN 时,直井 段钻柱横向振动变化很小,但造斜段和水平段钻柱 横向振动有较大变化。当钻压低于 40 kN 时,钻柱 横向振动较弱,横向变形次数较少,当钻压达到 60 kN后,钻柱横向振动强度明显增强,钻柱频繁产 生横向变形。另外, 由于近钻头处钻柱横向变形会 改变钻头侧向力和钻头转角,将导致钻头运动轨迹 产生偏差,增加井眼轨迹控制难度。

图 10 为钻柱节点在不同钻压下运动状态。可 见随着钻压增加,水平段钻柱(节点10)的运动轨迹 变得复杂且不稳定,而造斜段钻柱(节点 100,180) 的运动轨迹变化很小。这是由于越靠近钻头,钻柱 所受压力越大,横向振动越大,与井壁接触更加频 繁,导致钻柱稳定性急剧降低,最终将增加近钻头处 钻柱失效的风险。



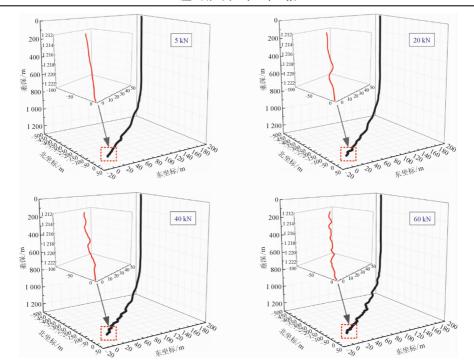


图 9 不同钻压下钻柱横向变形图

Fig. 9 Lateral deformation of the drillstring under different WOBs

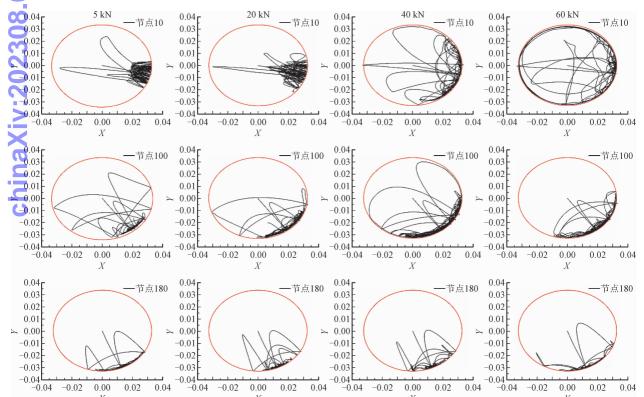


图 10 不同钻压下钻柱节点的运动状态

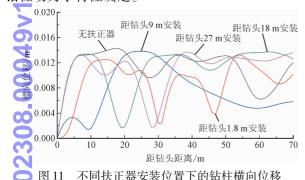
Fig. 10 The motion state of the drillstring nodes under different WOBs

3.3 扶正器对钻柱横向振动的影响

图 11 为不同扶正器安装位置下,近钻头处钻柱

的横向位移。如图所示,在安装有扶正器的位置(距钻头 1.8、9、18、27 m),钻柱产生很小的横向位移,这说明扶正器可以有效限制钻柱的横向位移。在该

钻具组合下,未安装扶正器时,钻柱在距钻头6m处 出现了较大的横向位移,而扶正器一般只能限制扶 正器安装位置附近钻柱的横向位移,所以当扶正器 安装在距钻头 18 m 和 27 m 时, 距上述位置较远, 无 法有效限制近钻头处钻柱的横向位移,其作用效果 较差;当扶正器安装在距钻头9m处时,距上述位置 较近,对近钻头处钻柱横向位移的抑制效果更好。 可以看出,在距钻头9m处安装扶正器不仅降低了 近钻头处钻柱的横向位移,且钻柱横向变形次数远 小于另外4种情况,极大的降低了近钻头处钻柱失 效的风险。因此,在水平井钻进时,为了防止井眼轨 迹偏移,减小近钻头处钻柱的弯曲应力,建议安装扶 正器来限制钻柱的横向位移,扶正器安装位置根据 钻柱动力学特性确定。



不同扶正器安装位置下的钻柱横向位移 The lateral displacement of the drillstring with different stabilizers location

4 75结 论

■通过上述研究,主要结论如下。

- ○1)在水平井钻进过程中:造斜段和水平段钻柱 横向振动强度较大,且越靠近钻头,钻柱振动越剧 烈,而直井段钻柱横向振动较小;水平段和造斜段钻 柱在井眼右下角呈现出圆弧摆动的运动轨迹。
- 2)改变转速对水平井全井段钻柱横向振动影响 很小,改变钻压对直井段钻柱横向振动的影响很小, 但对造斜段和水平段钻柱横向振动有较大影响。在 本研究钻具组合下, 当钻压达到 60 kN 后, 钻柱横向 振动强度明显增强。因此水平井钻井作业中,在满 足生产要求的条件下,建议优选钻压来降低钻柱的 横向振动,提高钻柱使用寿命。
- 3)扶正器可以使水平段钻柱在井眼中心保持稳 定,且扶正器安装位置对该段钻柱横向位移的影响 较大。所以,在水平井钻进过程中,建议根据钻柱动 力学特性,选择合适位置安装扶正器来限制水平段

钻柱的横向位移。

参考文献:

- [1] 蒋世全,姜伟,付建红,等. 大位移井钻井技术研究及在渤海油 田的应用[J]. 石油学报,2003,24(2):84-88. JIANG Shiquan, JIANG Wei, FU Jianhong, et al. Research on extended reach drilling technology and its application in Bohai Oilfield[J]. Acta petrolei Sinica, 2003, 24(2):84-88 (in Chinese).
- [2] 陈平. 钻井与完井工程[M]. 2版. 北京: 石油工业出版社, 2011:5-8.
- [3] 韩学岩,武庆河,马庆峰,等. 钻具振动的三种基本形式[J]. 录 井技术,2003,14(3):41-46. HAN Xueyan, WU Qinghe, MA Qingfeng, et al. Three basic forms of drilling tool vibration [J]. Mud logging engineering, 2003, 14 (3):41-46(in Chinese).
- [4] ERGE O, OZBAYOGLU E M, MISKA S Z, et al. The effects of drillstring-eccentricity, -rotation, and-buckling configurations on annular frictional pressure losses while circulating yield-power-law fluids [J]. SPE drilling & completion, 2015, 30(3):257-271.
- [5] GHASEMLOONIA A, GEOFF RIDEOUT D, BUTT S D. A review of drillstring vibration modeling and suppression methods [J]. Journal of petroleum science and engineering, 2015, 131:150-164.
- [6] YILMAZ N G, YURDAKUL M, GOKTAN R M. Prediction of radial bit cutting force in high-strength rocks using multiple linear regression analysis [J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2007, 44(6):962-970.
- [7] 田家林,周韬,姚宇,等. 钻柱振动作用下的定向井井眼轨迹分 析模型[J]. 机械设计与制造,2019(3):25-28. TIAN Jialin, ZHOU Tao, YAO Yu, et al. Analysis model of directional well borehole trajectory with drill string vibration [J]. Machinery design & manufacture, 2019(3):25-28(in Chinese).
- [8] 李茂生,闫相祯,高德利.钻井液对钻柱横向振动固有频率的 影响[J]. 石油大学学报(自然科学版),2004,28(6):68-71. LI Maosheng, YAN Xiangzhen, GAO Deli. Influence of drilling fluid on natural frequency of drill string lateral vibration[J]. Journal of China University of Petroleum (edition of natural science), 2004, 28(6):68-71(in Chinese).
- [9] 高德利.油气井管柱力学与工程[M].东营:中国石油大学出 版社,2006:1-316.
- [10] 高德利,徐秉业. 石油钻井底部钻具组合大挠度三维分析[J]. 应用力学学报,1995(1):53-62. GAO Deli, XU Bingye. Three-dimensional analysis of the static behavior of BHA under large deflection [J]. Chinese journal of applied mechanics, 1995(1):53-62(in Chinese).
- [11] 宋执武,高德利. 受拉钻铤结构及其防斜减振原理[J]. 西部探 矿工程,2007,19(7):64-65. SONG Zhiwu, GAO Deli. The configuration of tensioned collar and its function of deviation control and vibration diminish [J]. West-China exploration engineering, 2007, 19(7):64-65 (in Chinese).
- [12] 刘清友,马德坤,汤小文. 钻柱纵向振动模型的建立及求解方 法[J]. 西南石油学院学报,1998(4):55-58.

- LIU Qingyou, MA Dekun, TANG Xiaowen. The method of solution and establishment for axial vibration model of drilling string [J]. Journal of Southwest Petroleum Institute, 1998 (4):55-58 (in Chinese).
- [13] 刘清友,马德坤,钟青. 钻柱扭转振动模型的建立及求解[J]. 石油学报,2000,21(2):78-82. LIU Qingyou, MA Dekun, ZHONG Qing. A drilling string torsional vibration model and its solution[J]. Acta petrolei Sinica,2000,21 (2):78-82(in Chinese).
- [14] 刘清友,张毅超,李斌,等. 侧钻钻柱三维二重非线性问题的研究[J]. 天然气工业,2008,28(7);66-69.
 LIU Qingyou, ZHANG Yichao, LI Bin, et al. Study on three dimensional double nonlinear problem of sidetrack drill string[J]. Natural gas industry,2008,28(7);66-69(in Chinese).
- [15] 李子丰,蔡雨田,李冬梅,等. 地层测试管柱力学分析[J]. 石油 学报,2011,32(4):709-716.
 - LI Zifeng, CAI Yutian, LI Dongmei, et al. Mechanical analysis of pipe string in formation testing [J]. Acta petrolei Sinica, 2011, 32 (4):709-716 (in Chinese).
- [16] 李子丰. 油气井杆管柱的稳定性与纵横弯曲[J]. 西部探矿工程,1997,9(2):25-27.
 - LI Zifeng. Stability and criss cross curving of pipe pile of oil gas well[J]. West-China exploration engineering, 1997, 9(2):25-27 (in Chinese).
- [17]李子丰. 内外压力对油井管柱等效轴向力及稳定性的影响 [1]. 中国石油大学学报(自然科学版),2011,35(1):65-67.
 - LI Zifeng. Influence of internal and external pressure on equivalent axis force and stability of pipe string in oil wells [J]. Journal of China University of Petroleum (edition of natural science), 2011, 35(1):65-67 (in Chinese).
- [18] 管志川, 靳彦欣, 王以法. 直井底部钻柱运动状态的实验研究 [J]. 石油学报, 2003, 24(6); 102-106.
 - GUAN Zhichuan, JIN Yanxin, WANG Yifa. Experimental research on motion behavior of bottom drill string in straight hole [J]. Acta petrolei Sinica, 2003, 24(6):102-106(in Chinese).
- [19] 管志川,邵冬冬,温欣,等. 水平井眼中旋转钻柱运动特性的实验研究[J]. 工程力学,2013,30(5):340-345.
 GUAN Zhichuan,SHAO Dongdong,WEN Xin, et al. Experimental research on motion states of bottom drilling string in horizontal well
 [J]. Engineering mechanics,2013,30(5):340-345(in Chinese).
- [20] 闫铁,韩春杰,毕雪亮. 斜井眼内钻柱轴向振动的有限元分析 [J]. 石油钻探技术,2006,34(4):5-8.

 YAN Tie, HAN Chunjie, BI Xueliang. The finite element analysis on axial vibration of drill string in deviated wells [J]. Petroleum drilling techniques,2006,34(4):5-8(in Chinese).
- [21] 闫铁,王雪刚,李杉,等. 钻柱轴向与横向耦合振动的有限元分析[J]. 石油矿场机械,2012,41(3):39-42.
 YAN Tie, WANG Xuegang, LI Shan, et al. Finite element analysis of longitudinal and lateral coupled vibration of drillstring[J]. Oil field equipment,2012,41(3):39-42(in Chinese).
- [22] 况雨春,蒋建宁,申洁,等.下部钻具组合稳定性有限元分析方

- 法及应用[J]. 西南石油大学学报,2007,29(3):118-121.
- KUANG Yuchun, JIANG Jianning, SHEN Jie, et al. Finite element analysis and application on the stability of bottom-hole assembly [J]. Journal of Southwest Petroleum University, 2007, 29(3):118-121(in Chinese).
- [23] 祝效华,贾彦杰,童华. 气体钻井钻柱的静动力学特性研究 [J]. 应用力学学报,2010,27(4):799-803. ZHU Xiaohua, JIA Yanjie, TONG Hua. Static & dynamic characteristics of drill string during gas drilling[J]. Chinese journal of applied mechanics,2010,27(4):799-803(in Chinese).
- [24] 狄勤丰,王文昌,姚永汉,等.底部钻具组合动力学模型及涡动特性仿真[J].中国石油大学学报(自然科学版),2010,34(3):53-56.
 - DI Qinfeng, WANG Wenchang, YAO Yonghan, et al. Dynamics model and whirl features' simulation of bottom hole assembly $[\,J\,]$. Journal of China University of Petroleum (edition of natural science), 2010, 34(3):53-56 (in Chinese).
- [25] 付建红,向幸运,孙伟佳,等. 塔河油田同心随钻扩眼钻柱动力学研究[J]. 科学技术与工程,2015,15(31):184-187. FU Jianhong, XIANG Xingyun, SUN Weijia, et al. Study on the dynamics of the concentric reaming drill string in Tahe Oilfield[J]. Science technology and engineering, 2015, 15(31):184-187 (in Chinese).
- [26] LIAN Z H, ZHANG Q, LIN T J, et al. Experimental and numerical study of drill string dynamics in gas drilling of horizontal wells[J].

 Journal of natural gas science and engineering, 2015, 27(3):1412-1420.
- [27] 刘强,刘轶溟,杨春雷. 匹配旋转导向的螺杆钻具钻柱动力学研究[J].应用力学学报,2021,38(3):1272-1279.

 LIU Qiang, LIU Yiming, YANG Chunlei. Study on drilling string dynamics of positive displacement motor with rotary steering[J]. Chinese journal of applied mechanics,2021,38(3):1272-1279(in Chinese).
- [28] 邓继华,张孝振,许斌林,等. 基于 ANSYS 二次开发的几何非线性平面梁单元[J]. 应用力学学报,2021,38(3):1161-1168.

 DENG Jihua,ZHANG Xiaozhen, XU Binlin, et al. A geometric non-linear plane beam element based on secondary development of ANSYS[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2021,38(3): 1161-1168(in Chinese).
- [29] 张毅成, 黄港婷, 谢石林. 多维相关随机激励下梁结构响应求解方法[J]. 应用力学学报,2021,38(2):566-573.

 ZHANG Yicheng, HUANG Gangting, XIE Shilin. Solution of beam response spectrum under multi-dimensional correlated random excitation[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2021,38(2):566-573(in Chinese).
- [30] 杨超,张志新,李强. 非线性度对修正双步长显式法及常用逐步积分法的影响[J]. 应用力学学报,2019,36(2):411-416. YANG Chao,ZHANG Zhixin,LI Qiang. Effects of nonlinearity on a corrected explicit method of double time steps and common step-by-step integration methods[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(2):411-416(in Chinese).

- [31] 杜文静,丁洁玉.多体系统动力学约束 Hamilton 方程多步块方法[J].应用力学学报,2021,38(3):1016-1021.

 DU Wenjing, DING Jieyu. Multistep block method for constrained Hamilton's equations of multibody system dynamics[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2021, 38(3):1016-1021 (in Chinese).
- [32] HANSON J M, HANSEN W R. Dynamics modeling of PDC Bits [C]//SPE/IADC Drilling Conference. Richardson, Texas, USA: OnePetro, 1995; SPE-29401-MS.
- [33] KHULIEF Y A, AL-NASER H. Finite element dynamic analysis of drillstrings[J]. Finite elements in analysis and design, 2005, 41 (13):1270-1288.
- [34] GULYAYEV V I, BORSHCH O I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells [J]. Journal of petroleum science and engineering, 2011, 78(3/4);759-764.
- [35] ZARE J, HASHEMI S J, RASHED G. Finite element analysis of drillstring lateral vibration [J]. Scientific research and essays, 2011,6(13):2682-2694.
- [36] BESSELINK B, VAN DE WOUW N, NIJMEIJER H. A semi-analytical study of stick-slip oscillations in drilling systems [J]. Journal of computational and nonlinear dynamics, 2011, 6(2):021006.
- [37] STROUD D R, LINES L A, MINETT-SMITH D J. Analytical and experimental backward whirl simulations for rotary steerable bottom hole assemblies [C]//SPE/IADC Drilling Conference and Exhibi-

- tion. Richardson, Texas, USA: OnePetro, 2011: SPE-140011-MS.
- [38] VLAJIC N, LIU X B, KARKI H, et al. Torsional oscillations of a rotor with continuous stator contact [J]. International journal of mechanical sciences, 2014, 83:65-75.
- [39] NGUYEN K L, MAHJOUB M, TRAN Q T, et al. Nonlinear dynamics of a drillstring immersed in a 3D curved well, simulations and experiments [C]//IADC/SPE International Drilling Conference and Exhibition. Richardson, Texas, USA: OnePetro, 2020: SPE-199675-MS.
- [40] SARKER M, RIDEOUT D G, BUTT S D. Dynamic model for 3D motions of a horizontal oilwell BHA with wellbore stick-slip whirl interaction [J]. Journal of petroleum science and engineering, 2017,157:482-506.
- [41] TRAN Q T, NGUYEN K L, MANIN L, et al. Nonlinear dynamics of directional drilling with fluid and borehole interactions [J]. Journal of sound and vibration, 2019, 462:114924.
- [42] WILSON G J. An improved method for computing directional surveys [J]. Journal of petroleum technology, 1968, 20(8);871-876.
- [43] TRAN Q T,NGUYEN K L,MANIN L, et al. Nonlinear dynamics of a rotary drill-string immersed in a 3D geometry well [C]//Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics-IF-ToMM. Cham; Springer International Publishing, 2019; 265-279.

(编辑 李坤璐)

